



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

UNIVERSITÀ DI ROMA LA SAPIENZA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE  
INGEGNERIA AMBIENTE E TERRITORIO, INGEGNERIA DELLA SICUREZZA

◆  
INSEGNAMENTO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

a.a. 2022-2023  
prof. Paolo Casini

### Prova d'esonero del 21.12.2022

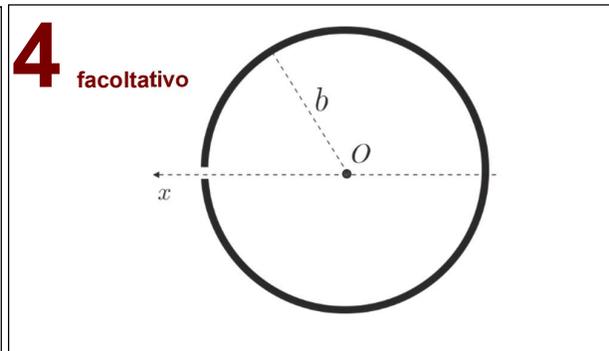
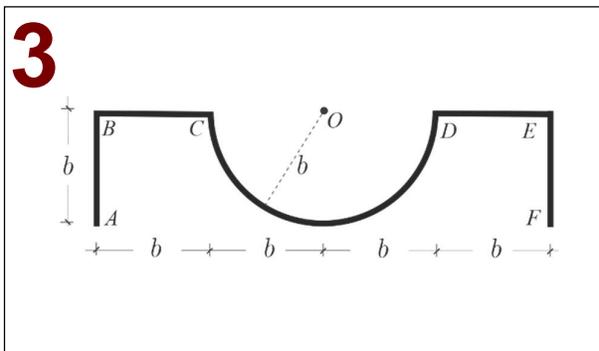
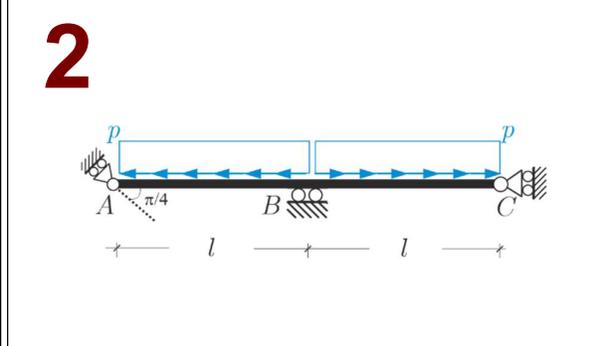
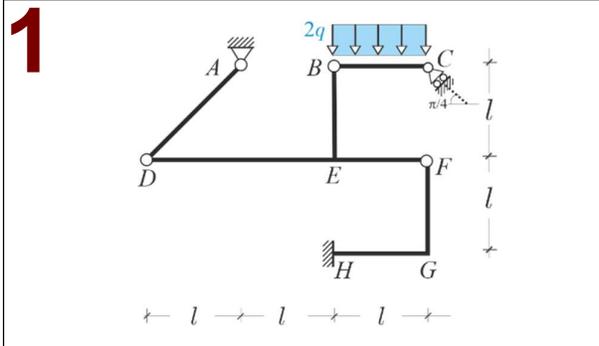
**Problema 1.** Con riferimento alla *struttura isostatica* riportata in Fig. 1 si chiede di: **a)** verificarne sinteticamente l'isostaticità; **b)** determinare le reazioni vincolari e tracciare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione; **c)** (*facoltativo*) verificare l'equilibrio dei momenti nel nodo E.

**Problema 2.** Studiare la struttura iperstatica di Fig. 2 facendo uso del *metodo degli spostamenti*. **a)** Scrivere le equazioni della linea elastica per ciascuno dei tratti e fornire la soluzione generale. **b)** Scrivere le condizioni al contorno necessarie a determinare la soluzione particolare. **c)** (*facoltativo*) Calcolare tutte le costanti d'integrazione. **d)** (*facoltativo*) Fornire le espressioni analitiche delle caratteristiche della sollecitazione in ogni tratto e tracciare i relativi diagrammi. **e)** (*facoltativo*) Calcolare lo spostamento del punto A e del punto B.

Si assumano le travi indeformabili a taglio, con rigidità  $EA$  e  $EI$  uniformi. (Assumere:  $EA = EI/l^2$ ).

**Problema 3.** Si consideri il problema della *flessione e taglio* (flessione non uniforme) in un cilindro di Saint Venant la cui sezione è riportata in Fig. 3. Applicando la teoria approssimata di Jourawsky: **a)** studiare l'andamento delle tensioni tangenziali dovute ad una forza di taglio *perpendicolare* all'asse di simmetria  $y$ ; **b)** determinare la posizione del centro di taglio. La sezione è sottile con spessore costante  $s$  e  $I_y = \frac{1}{6}(76 + 3\pi)b^3s \cong 14.23b^3s$ . Si possono usare le formule in figura.

**Problema 4 (facoltativo).** Calcolare la posizione del centro di taglio di una sezione circolare sottile a spessore costante  $s$ ; la sezione presenta una disconnessione di lunghezza trascurabile che interrompe la continuità della linea media, Fig. 4. Perché  $C_T$  non coincide con il centro della circonferenza (come si sarebbe erroneamente portati a pensare guardando gli assi di simmetria geometrici)? Detto  $x$  l'asse di simmetria orizzontale si assuma:  $I_x = \pi b^3s$



$$t = R\varphi \quad A^* = st = sR\varphi \quad d_1 = R \frac{\sin \varphi}{\varphi} \quad d_2 = R \frac{1 - \cos \varphi}{\varphi}$$

$$\int_0^\pi (\sin \varphi) d\varphi = 2 \quad \int_0^{2\pi} (1 - \cos \varphi) d\varphi = 2\pi$$



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

UNIVERSITÀ DI ROMA LA SAPIENZA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE  
INGEGNERIA AMBIENTE E TERRITORIO, INGEGNERIA DELLA SICUREZZA

◆  
INSEGNAMENTO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

a.a. 2022-2023  
prof. Paolo Casini

### Prova d'esonero del 21.12.2022

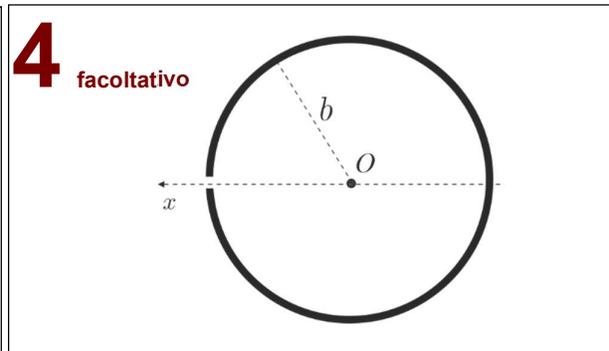
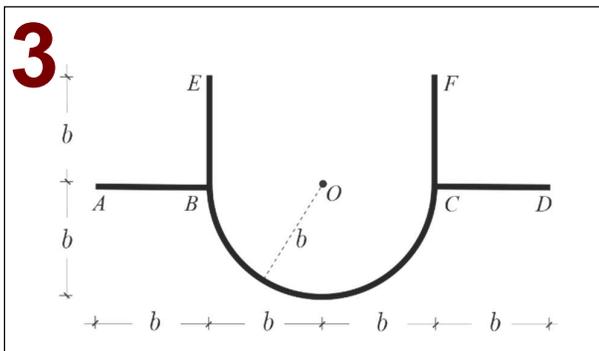
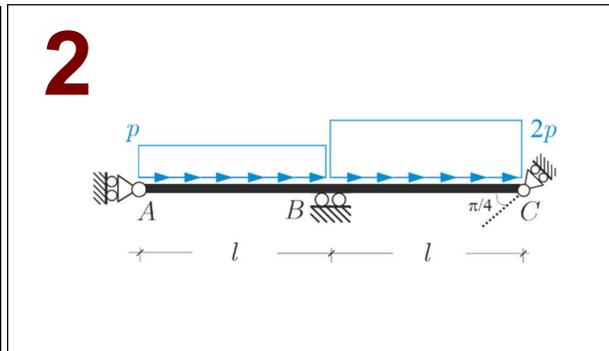
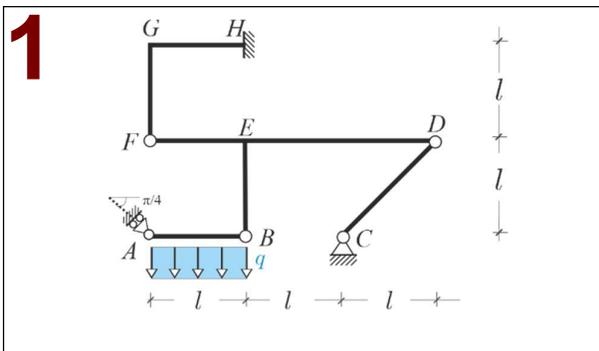
**Problema 1.** Con riferimento alla *struttura isostatica* riportata in Fig. 1 si chiede di: **a)** verificarne sinteticamente l'isostaticità; **b)** determinare le reazioni vincolari e tracciare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione; **c)** (*facoltativo*) verificare l'equilibrio dei momenti nel nodo E.

**Problema 2.** Studiare la struttura iperstatica di Fig. 2 facendo uso del *metodo degli spostamenti*. **a)** Scrivere le equazioni della linea elastica per ciascuno dei tratti e fornire la soluzione generale. **b)** Scrivere le condizioni al contorno necessarie a determinare la soluzione particolare. **c)** (*facoltativo*) Calcolare tutte le costanti d'integrazione. **d)** (*facoltativo*) Fornire le espressioni analitiche delle caratteristiche della sollecitazione in ogni tratto e tracciare i relativi diagrammi. **e)** (*facoltativo*) Calcolare lo spostamento del punto C e del punto B.

Si assumano le travi indeformabili a taglio, con rigidità  $EA$  e  $EI$  uniformi. (Assumere:  $EA = EI/l^2$ ).

**Problema 3.** Si consideri il problema della *flessione e taglio* (flessione non uniforme) in un cilindro di Saint Venant la cui sezione è riportata in Fig. 3. Applicando la teoria approssimata di Jourawsky: **a)** studiare l'andamento delle tensioni tangenziali dovute ad una forza di taglio *perpendicolare* all'asse di simmetria  $y$ ; **b)** determinare la posizione del centro di taglio. La sezione è sottile con spessore costante  $s$  e  $I_y = \frac{1}{6}(40 + 3\pi)b^3s \cong 8.23b^3s$ . Si possono usare le formule in figura.

**Problema 4 (facoltativo).** Calcolare la posizione del centro di taglio di una sezione circolare sottile a spessore costante  $s$ ; la sezione presenta una disconnessione di lunghezza trascurabile che interrompe la continuità della linea media, Fig. 4. Perché  $C_T$  non coincide con il centro della circonferenza (come si sarebbe erroneamente portati a pensare guardando gli assi di simmetria geometrici)? Detto  $x$  l'asse di simmetria orizzontale si assuma:  $I_x = \pi b^3s$



$$t = R\varphi \quad A^* = st = sR\varphi \quad d_1 = R \frac{\sin \varphi}{\varphi} \quad d_2 = R \frac{1 - \cos \varphi}{\varphi}$$

$$\int_0^\pi (\sin \varphi) d\varphi = 2 \quad \int_0^{2\pi} (1 - \cos \varphi) d\varphi = 2\pi$$



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

UNIVERSITÀ DI ROMA LA SAPIENZA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE  
INGEGNERIA AMBIENTE E TERRITORIO, INGEGNERIA DELLA SICUREZZA

◆  
INSEGNAMENTO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

a.a. 2022-2023  
prof. Paolo Casini

### Prova d'esonero del 21.12.2022

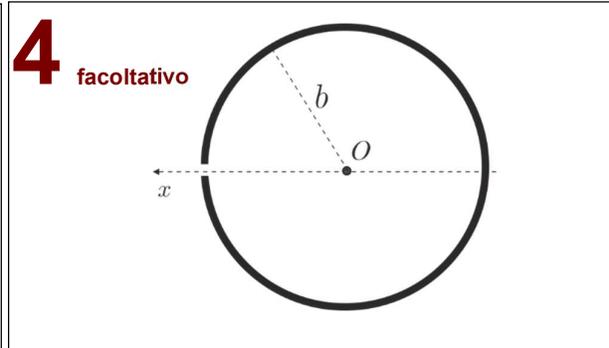
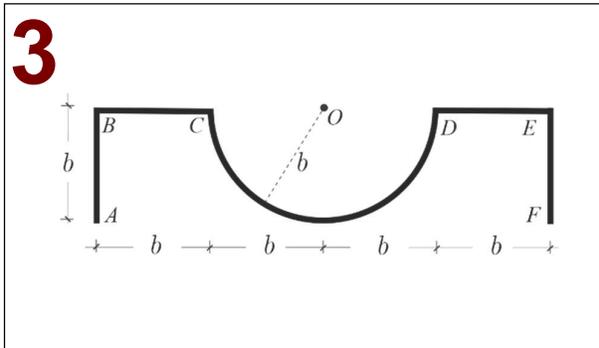
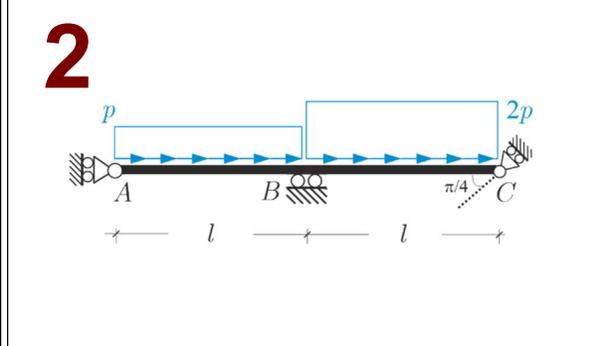
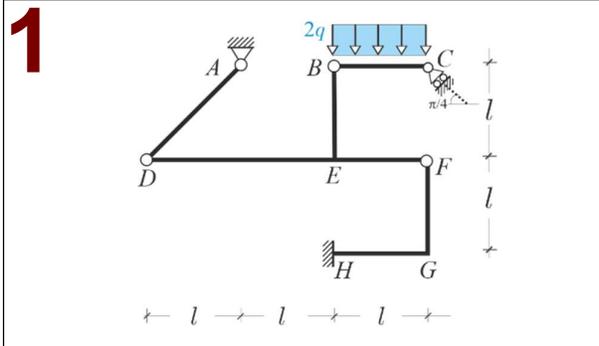
**Problema 1.** Con riferimento alla *struttura isostatica* riportata in Fig. 1 si chiede di: **a)** verificarne sinteticamente l'isostaticità; **b)** determinare le reazioni vincolari e tracciare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione; **c)** (*facoltativo*) verificare l'equilibrio dei momenti nel nodo E.

**Problema 2.** Studiare la struttura iperstatica di Fig. 2 facendo uso del *metodo degli spostamenti*. **a)** Scrivere le equazioni della linea elastica per ciascuno dei tratti e fornire la soluzione generale. **b)** Scrivere le condizioni al contorno necessarie a determinare la soluzione particolare. **c)** (*facoltativo*) Calcolare tutte le costanti d'integrazione. **d)** (*facoltativo*) Fornire le espressioni analitiche delle caratteristiche della sollecitazione in ogni tratto e tracciare i relativi diagrammi. **e)** (*facoltativo*) Calcolare lo spostamento del punto B e del punto C.

Si assumano le travi indeformabili a taglio, con rigidzze  $EA$  e  $EI$  uniformi. (Assumere:  $EA = EI/l^2$ ).

**Problema 3.** Si consideri il problema della *flessione e taglio* (flessione non uniforme) in un cilindro di Saint Venant la cui sezione è riportata in Fig. 3. Applicando la teoria approssimata di Jourawsky: **a)** studiare l'andamento delle tensioni tangenziali dovute ad una forza di taglio *perpendicolare* all'asse di simmetria  $y$ ; **b)** determinare la posizione del centro di taglio. La sezione è sottile con spessore costante  $s$  e  $I_y = \frac{1}{6}(76 + 3\pi)b^3s \cong 14.23b^3s$ . Si possono usare le formule in figura.

**Problema 4 (facoltativo).** Calcolare la posizione del centro di taglio di una sezione circolare sottile a spessore costante  $s$ ; la sezione presenta una disconnessione di lunghezza trascurabile che interrompe la continuità della linea media, Fig. 4. Perché  $C_T$  non coincide con il centro della circonferenza (come si sarebbe erroneamente portati a pensare guardando gli assi di simmetria geometrici)? Detto  $x$  l'asse di simmetria orizzontale si assuma:  $I_x = \pi b^3s$



$$t = R\varphi \quad A^* = st = sR\varphi \quad d_1 = R \frac{\sin \varphi}{\varphi} \quad d_2 = R \frac{1 - \cos \varphi}{\varphi}$$

$$\int_0^\pi (\sin \varphi) d\varphi = 2 \quad \int_0^{2\pi} (1 - \cos \varphi) d\varphi = 2\pi$$



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

UNIVERSITÀ DI ROMA LA SAPIENZA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE  
INGEGNERIA AMBIENTE E TERRITORIO, INGEGNERIA DELLA SICUREZZA

◆  
INSEGNAMENTO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

a.a. 2022-2023  
prof. Paolo Casini

### Prova d'esonero del 21.12.2022

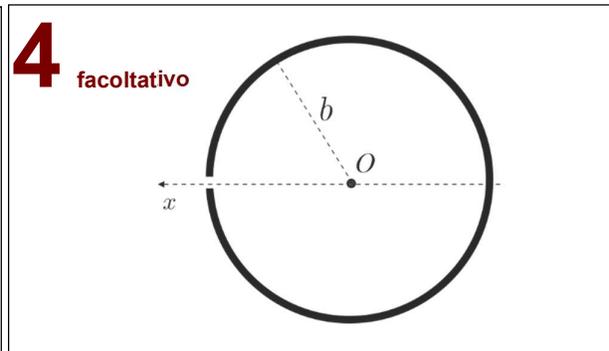
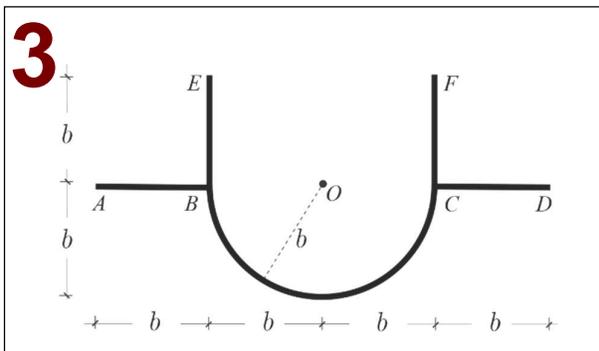
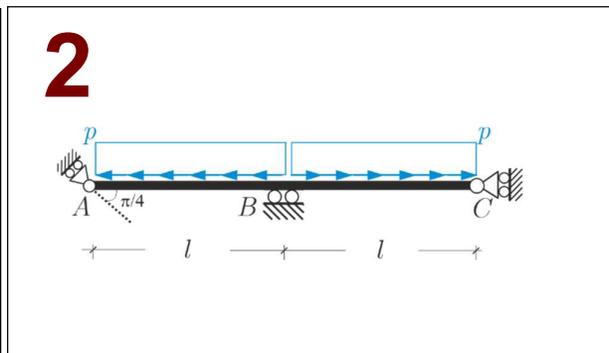
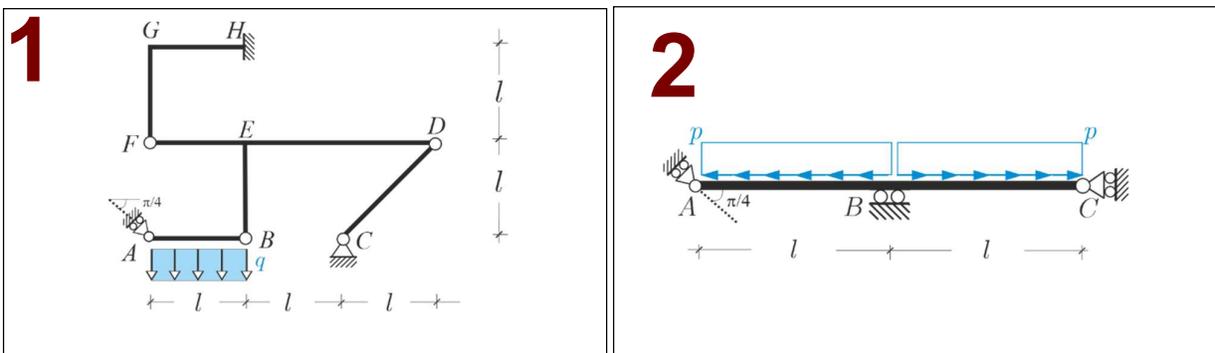
**Problema 1.** Con riferimento alla *struttura isostatica* riportata in Fig. 1 si chiede di: **a)** verificarne sinteticamente l'isostaticità; **b)** determinare le reazioni vincolari e tracciare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione; **c)** (*facoltativo*) verificare l'equilibrio dei momenti nel nodo E.

**Problema 2.** Studiare la struttura iperstatica di Fig. 2 facendo uso del *metodo degli spostamenti*. **a)** Scrivere le equazioni della linea elastica per ciascuno dei tratti e fornire la soluzione generale. **b)** Scrivere le condizioni al contorno necessarie a determinare la soluzione particolare. **c)** (*facoltativo*) Calcolare tutte le costanti d'integrazione. **d)** (*facoltativo*) Fornire le espressioni analitiche delle caratteristiche della sollecitazione in ogni tratto e tracciare i relativi diagrammi. **e)** (*facoltativo*) Calcolare lo spostamento del punto A e del punto B.

Si assumano le travi indeformabili a taglio, con rigidità  $EA$  e  $EI$  uniformi. (Assumere:  $EA = EI/l^2$ ).

**Problema 3.** Si consideri il problema della *flessione e taglio* (flessione non uniforme) in un cilindro di Saint Venant la cui sezione è riportata in Fig. 3. Applicando la teoria approssimata di Jourawsky: **a)** studiare l'andamento delle tensioni tangenziali dovute ad una forza di taglio *perpendicolare* all'asse di simmetria  $y$ ; **b)** determinare la posizione del centro di taglio. La sezione è sottile con spessore costante  $s$  e  $I_y = \frac{1}{6}(40 + 3\pi)b^3s \cong 8.23b^3s$ . Si possono usare le formule in figura.

**Problema 4 (facoltativo).** Calcolare la posizione del centro di taglio di una sezione circolare sottile a spessore costante  $s$ ; la sezione presenta una disconnessione di lunghezza trascurabile che interrompe la continuità della linea media, Fig. 4. Perché  $C_T$  non coincide con il centro della circonferenza (come si sarebbe erroneamente portati a pensare guardando gli assi di simmetria geometrici)? Detto  $x$  l'asse di simmetria orizzontale si assuma:  $I_x = \pi b^3s$



$$t = R\varphi \quad A^* = st = sR\varphi \quad d_1 = R \frac{\sin \varphi}{\varphi} \quad d_2 = R \frac{1 - \cos \varphi}{\varphi}$$

$$\int_0^\pi (\sin \varphi) d\varphi = 2 \quad \int_0^{2\pi} (1 - \cos \varphi) d\varphi = 2\pi$$



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

UNIVERSITÀ DI ROMA LA SAPIENZA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE  
INGEGNERIA AMBIENTE E TERRITORIO, INGEGNERIA DELLA SICUREZZA

◆  
INSEGNAMENTO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

a.a. 2022-2023  
prof. Paolo Casini

## Prova d'esonero del 21.12.2022

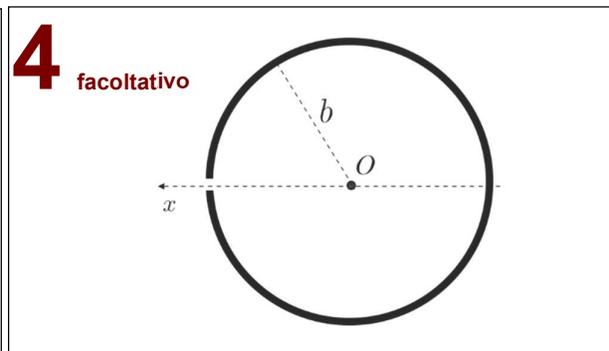
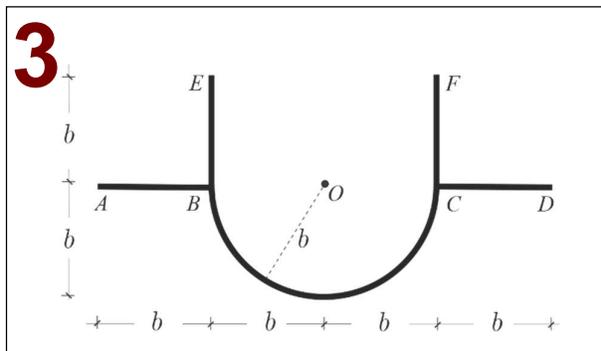
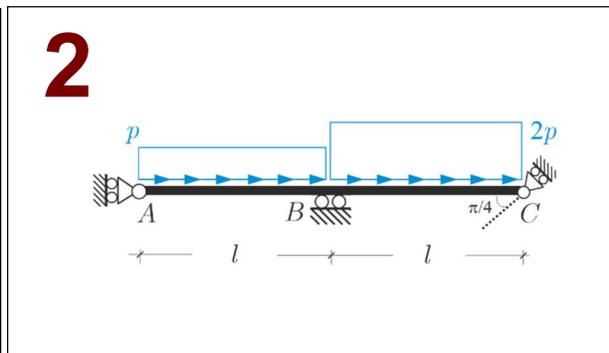
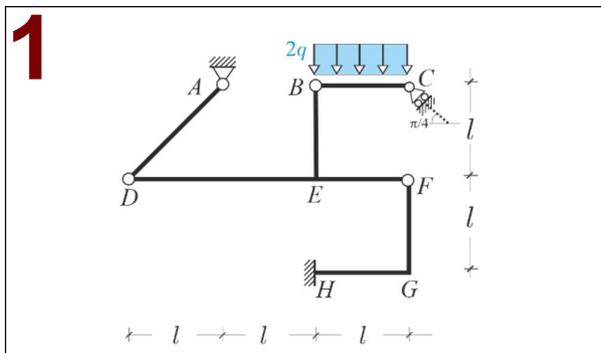
**Problema 1.** Con riferimento alla *struttura isostatica* riportata in Fig. 1 si chiede di: **a)** verificarne sinteticamente l'isostaticità; **b)** determinare le reazioni vincolari e tracciare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione; **c)** (*facoltativo*) verificare l'equilibrio dei momenti nel nodo E.

**Problema 2.** Studiare la struttura iperstatica di Fig. 2 facendo uso del *metodo degli spostamenti*. **a)** Scrivere le equazioni della linea elastica per ciascuno dei tratti e fornire la soluzione generale. **b)** Scrivere le condizioni al contorno necessarie a determinare la soluzione particolare. **c)** (*facoltativo*) Calcolare tutte le costanti d'integrazione. **d)** (*facoltativo*) Fornire le espressioni analitiche delle caratteristiche della sollecitazione in ogni tratto e tracciare i relativi diagrammi. **e)** (*facoltativo*) Calcolare lo spostamento del punto C e del punto B.

Si assumano le travi indeformabili a taglio, con rigidità  $EA$  e  $EI$  uniformi. (Assumere:  $EA = EI/l^2$ ).

**Problema 3.** Si consideri il problema della *flessione e taglio* (flessione non uniforme) in un cilindro di Saint Venant la cui sezione è riportata in Fig. 3. Applicando la teoria approssimata di Jourawsky: **a)** studiare l'andamento delle tensioni tangenziali dovute ad una forza di taglio *perpendicolare* all'asse di simmetria  $y$ ; **b)** determinare la posizione del centro di taglio. La sezione è sottile con spessore costante  $s$  e  $I_y = \frac{1}{6}(40 + 3\pi)b^3s \cong 8.23b^3s$ . Si possono usare le formule in figura.

**Problema 4 (facoltativo).** Calcolare la posizione del centro di taglio di una sezione circolare sottile a spessore costante  $s$ ; la sezione presenta una disconnessione di lunghezza trascurabile che interrompe la continuità della linea media, Fig. 4. Perché  $C_T$  non coincide con il centro della circonferenza (come si sarebbe erroneamente portati a pensare guardando gli assi di simmetria geometrici)? Detto  $x$  l'asse di simmetria orizzontale si assuma:  $I_x = \pi b^3s$



$$t = R\varphi \quad A^* = st = sR\varphi \quad d_1 = R \frac{\sin \varphi}{\varphi} \quad d_2 = R \frac{1 - \cos \varphi}{\varphi}$$

$$\int_0^\pi (\sin \varphi) d\varphi = 2 \quad \int_0^{2\pi} (1 - \cos \varphi) d\varphi = 2\pi$$



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

UNIVERSITÀ DI ROMA LA SAPIENZA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE  
INGEGNERIA AMBIENTE E TERRITORIO, INGEGNERIA DELLA SICUREZZA

◆  
INSEGNAMENTO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

a.a. 2022-2023  
prof. Paolo Casini

### Prova d'esonero del 21.12.2022

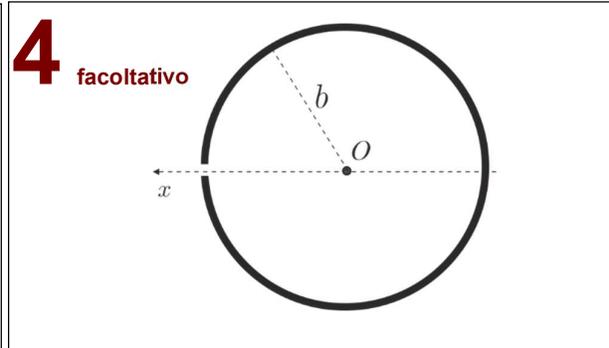
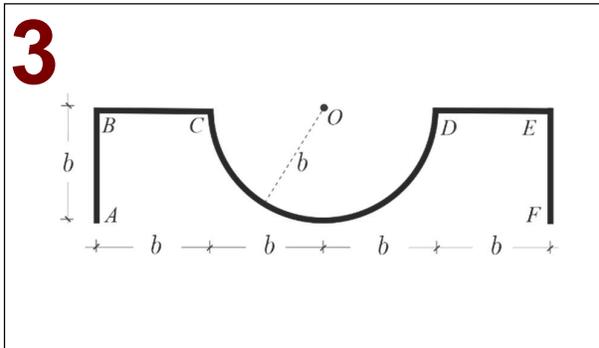
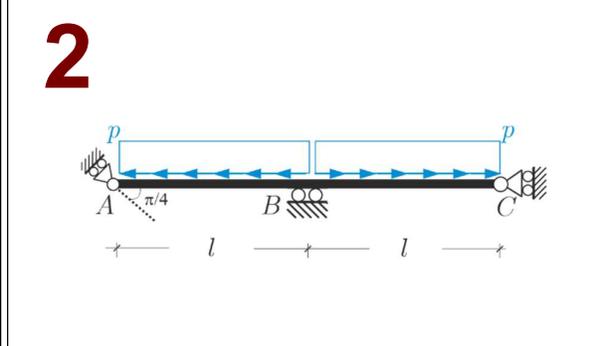
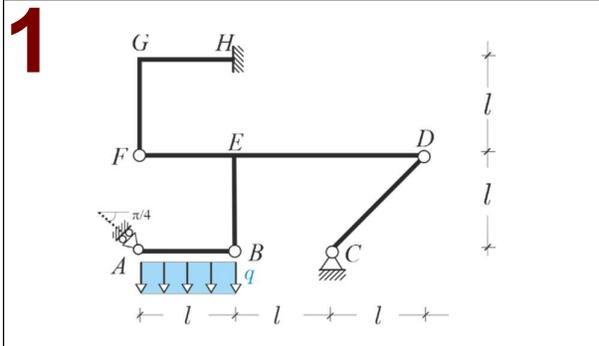
**Problema 1.** Con riferimento alla *struttura isostatica* riportata in Fig. 1 si chiede di: **a)** verificarne sinteticamente l'isostaticità; **b)** determinare le reazioni vincolari e tracciare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione; **c)** (*facoltativo*) verificare l'equilibrio dei momenti nel nodo E.

**Problema 2.** Studiare la struttura iperstatica di Fig. 2 facendo uso del *metodo degli spostamenti*. **a)** Scrivere le equazioni della linea elastica per ciascuno dei tratti e fornire la soluzione generale. **b)** Scrivere le condizioni al contorno necessarie a determinare la soluzione particolare. **c)** (*facoltativo*) Calcolare tutte le costanti d'integrazione. **d)** (*facoltativo*) Fornire le espressioni analitiche delle caratteristiche della sollecitazione in ogni tratto e tracciare i relativi diagrammi. **e)** (*facoltativo*) Calcolare lo spostamento del punto A e del punto B.

Si assumano le travi indeformabili a taglio, con rigidità  $EA$  e  $EI$  uniformi. (Assumere:  $EA = EI/l^2$ ).

**Problema 3.** Si consideri il problema della *flessione e taglio* (flessione non uniforme) in un cilindro di Saint Venant la cui sezione è riportata in Fig. 3. Applicando la teoria approssimata di Jourawsky: **a)** studiare l'andamento delle tensioni tangenziali dovute ad una forza di taglio *perpendicolare* all'asse di simmetria  $y$ ; **b)** determinare la posizione del centro di taglio. La sezione è sottile con spessore costante  $s$  e  $I_y = \frac{1}{6}(76 + 3\pi)b^3s \cong 14.23b^3s$ . Si possono usare le formule in figura.

**Problema 4 (facoltativo).** Calcolare la posizione del centro di taglio di una sezione circolare sottile a spessore costante  $s$ ; la sezione presenta una disconnessione di lunghezza trascurabile che interrompe la continuità della linea media, Fig. 4. Perché  $C_T$  non coincide con il centro della circonferenza (come si sarebbe erroneamente portati a pensare guardando gli assi di simmetria geometrici)? Detto  $x$  l'asse di simmetria orizzontale si assuma:  $I_x = \pi b^3s$



$$t = R\varphi \quad A^* = st = sR\varphi \quad d_1 = R \frac{\sin \varphi}{\varphi} \quad d_2 = R \frac{1 - \cos \varphi}{\varphi}$$

$$\int_0^\pi (\sin \varphi) d\varphi = 2 \quad \int_0^{2\pi} (1 - \cos \varphi) d\varphi = 2\pi$$